

河南省 2022 年普通高等学校
专科毕业生进入本科阶段学习考试

高等数学

题号	一	二	三	四	五	总分
分值	50	30	50	6	14	150

注意事项:

答题前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。
本卷的试题答案必须答在答题卡上, 答在试卷上无效。

一、选择题 (每小题 2 分, 共 50 分)

在每小题的四个备选答案中选出一个正确答案, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。

1. 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 则 $\frac{f(-x)-f(x)}{3}$ 为
 A. 奇函数 B. 偶函数 C. 非奇非偶函数 D. 无法判定
2. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+7x-1}{2x+5} =$
 A. 2 B. ∞ C. 0 D. $\frac{5}{2}$
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下是等价无穷小量的是
 A. $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$ B. $x \sim \tan^2 x$
 C. $x - \sin x \sim \cot x$ D. $1 - \cos x \sim 2x$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{7x-6} - \sqrt{x}}{x-1} =$
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(5x)-f(0)}{2x} = 1$, 求 $f'(0) =$
 A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. 1 D. 5

6. 设 $f(x) = \sqrt{2x} + \frac{1}{3}\cos 3x$, 求 $f'(x) =$

- A. $\frac{1}{\sqrt{2x}} - \sin 3x$ B. $\frac{1}{\sqrt{2x}} + \sin 3x$
 C. $-\frac{1}{\sqrt{2x}} - \sin 3x$ D. $\frac{1}{\sqrt{2x}} - \frac{1}{3}\sin 3x$

7. $f(x) = \begin{cases} 2-x, & 0 \leq x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ -x+4, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上

- A. 无间断点 B. 有最大值
 C. 有最小值 D. 既无最大值又无最小值

8. $y = |\tan x|$ 在 $x = 0$ 处

- A. 可导, 不连续 B. 可导, 连续
 C. 不可导, 连续 D. 不可导, 不连续

9. 已知 $\begin{cases} x = \cos t \\ y = t + \sin 2t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}}$

- A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4

10. 设 $f(x) = \begin{cases} a + 2x \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{\tan x}{x}, & x > 0 \end{cases}$, $x = 0$ 为 $f(x)$ 的可去间断点, 则 $a =$

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

11. $y = \frac{3x^2 - 5x}{(x-3)(x+7)}$ 的渐近线有几条

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\ln(1-kx^2)}, & x > 0 \\ x+3, & x < 0 \end{cases}$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 求 $k =$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

13. 不定积分 $\int f'(7x)dx =$

- A. $f(x)+C$ B. $\frac{1}{7}f(7x)+C$
C. $7f(x)+C$ D. $7f(7x)+C$

14. $I_1 = \int_1^2 (\ln x)^2 dx$, $I_2 = \int_1^2 (\ln x)^3 dx$ 的大小关系是

- A. $I_1 = I_2$ B. $I_1 < I_2$
C. $I_1 > I_2$ D. 无法判断 I_1, I_2 的大小

15. 下列发散的是

- A. $\int_0^{+\infty} 3xe^{-x^2} dx$ B. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{2x^3} dx$
C. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3}{1+x^2} dx$ D. $\int_0^{+\infty} \frac{6x}{x^2+1} dx$

16. 已知 $f(x) = \int_0^{2x} \cos t^2 dt$, 则 $f'(x) =$

- A. $\cos 4x^2$ B. $2\cos 4x^2$
C. $4\sin x^2$ D. $4\cos x^2$

17. 方程 $x^2 + z^2 - 3y = 0$ 表示的曲面是

- A. 单叶旋转双曲面 B. 圆锥面
C. 双叶旋转双曲面 D. 旋转抛物面

18. 若函数 $f(x)$ 在点 $[-1, 3]$ 上连续, 在 $(-1, 3)$ 内可导, 且 $f'(x) < 0$, 则

- A. $f(3) > 0$

B. $f(-1) < 0$

C. $f(3) > f(-1)$

D. $f(3) < f(-1)$

19. $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$ 的微分方程是

A. $y'' + 2y' - y = 0$

B. $y'' + y' - 2y = 0$

C. $y'' + 2y' + y = 0$

D. $y'' - 3y' + 2y = 0$

20. 已知 $y = \arcsin(3x+1)$, 则 $dy =$

A. $\frac{3dx}{\sqrt{1-(3x+1)^2}}$ B. $\frac{-3dx}{\sqrt{1-(3x+1)^2}}$

C. $\frac{3dx}{\sqrt{1+(3x+1)^2}}$ D. $\frac{-3dx}{\sqrt{1+(3x+1)^2}}$

21. \vec{a} 与 $\vec{b} = (-1, 2, 1)$ 平行, 与向量 $\vec{c} = (1, 2, -1)$ 的数量积为 6, 则 \vec{a} 为

A. $(3, 6, 3)$

B. $(-3, 6, 3)$

C. $(3, 6, -3)$

D. $(-3, -6, 3)$

22. $f(x, y) = \sqrt{2+x^2+y^2}$ 在点 $(1, -1)$ 处的梯度为

A. $\frac{1}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$

B. $-\frac{1}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$

C. $\vec{i} - \vec{j}$

D. $\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$

23. 二次积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{y^2} dy$

A. $\frac{1}{2}(1-e^4)$

B. $2(e^4 - 1)$

C. $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$

D. $4(1-e^2)$

四、证明题（共 6 分）

51. 若 $e < a < b < e^3$, 试证明: $\ln^2 b - \ln^2 a > \frac{6}{e^3}(b-a)$.

五、应用题（每小题 7 分，共 14 分）

52. 一房地产公司有 60 套公寓要出租, 当月租金定为 3000 元时, 公寓会全部租出去, 当月租金每增加 200 元时, 就会多一套公寓租不出去, 而租出去的公寓每月需花费 200 元的维修费. 试问租金定为多少可获得最大收入? 最大收入是多少?

53. 求曲线 $y = 2 \sin x$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 与 x 轴围成封闭区域 D .

(1) 求封闭区域 D 的面积

(2) 封闭区域 D 绕 x 轴旋转所得的旋转体的体积。